Formelsammlung zu „Investition und Finanzierung“, „Wertpapieranalyse“ und „Investments 1: Aktien“

Jan Henning

21. Juli 2003

Vorwort

Diese Mitschrift soll beim Lernen helfen, sie basiert jedoch auf meinen persönlichen Aufzeichnungen aus der Vorlesung *(und auf dem Skript)* und ist sicherlich weder fehlerfrei noch von Professor Reichling authorisiert. Wer inhaltliche Fehler findet, möge sie mir mitteilen. Gleiches gilt, falls ich irgendein Copyright verletzen sollte. Besonderer Dank gilt Timo Moeller, der mir freundlicherweise seine Mitschrift[1] zu Investments zur Verfügung gestellt hat.

[1] online verfügbar unter `http://www.timo-moeller.de`

Inhaltsverzeichnis

Vorwort **i**

Inhaltsverzeichnis **ii**

1 Grundlagen **1**
1.1 Diskrete und stetige Rendite 1
1.2 Kapitalwert und Annuität 1
1.3 Methode des Internen Zinsfußes 2

2 Anleihen **4**
2.1 Termin- und Kassazinssätze 4
2.2 Anleihepreise 4
2.3 Duration 5

3 Aktien **6**
3.1 Portfolioselektion 6
3.2 CAPM 8
3.3 Downside-Risiko 9
3.4 Performance-Messung 10

4 Optionen **12**

5 Finanzierung **14**
5.1 Beteiligungsfinanzierung 14
5.2 Leverage-Effekt 14
5.3 Bilanzkennzahlen 15

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Diskrete und stetige Rendite

Je nach Anwendung wird zwischen diskret und kontinuierlich berechneter (stetige) Rendite unterschieden:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= P_0(1+r_d) \qquad P_1 = P_0 \cdot e^{r_s} \\
1 + r_d &= e^{r_s} \Leftrightarrow r_d = e^{r_s - 1} \\
r_d &= \frac{P_1 - P_0}{P_0} \\
r_s &= \ln \frac{P_1}{P_0} = \ln P_1 - \ln P_0 \\
\bar{R}_d^o &= \sqrt[T]{\frac{P_T}{P_0}} - 1 \qquad \textit{(ökonomische Rendite)}
\end{aligned}
$$

1.2 Kapitalwert und Annuität

Kapitalwert

$$KW = \sum_{t=0}^{T} CF_t \cdot DF_t \quad = \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

Kapitalwertfunktion

$$KW(r) = \sum_{t=0}^{T} CF_t \cdot DF_t(r) \quad = \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

Annuitätenmethode

Mit den Bezeichnungen AN ≡Annuität und $q^{-t} \equiv DF_t = (1+r)^{-t}$ gilt:

$$\begin{aligned} KW &= \sum_{t=1}^{t} AN \cdot q^{-t}. \\ \Longrightarrow \frac{KW}{AN} &= q^{-1} + q^{-2} + \ldots + q^{-T} \\ \Longrightarrow q \cdot \frac{KW}{AN} &= 1 + q^{-1} + q^{-2} + \ldots + q^{-(T-1)}. \end{aligned}$$

Die Subtraktion der letzten beiden Gleichungen ergibt:

$$q \cdot \frac{KW}{AN} - \frac{KW}{AN} = 1 - q^{-T}.$$

Löst man diese Gleichung nach dem Kapitalwert KW auf, so erhält man folgende Darstellung:

$$KW = AN \cdot \frac{1 - q^{-T}}{q - 1} = AN \cdot \frac{q^T - 1}{q^T \cdot r}.$$

Dabei wird der Faktor

$$RBF(r,T) \equiv \frac{q^T - 1}{q^T \cdot r}$$

als **Rentenbarwertfaktor** bezeichnet. Der dazu reziproke Faktor

$$AF(r,T) \equiv \frac{q^T \cdot r}{q^T - 1}$$

wird als **Annuitätenfaktor** bezeichnet. Mit seiner Hilfe läßt sich in bequemer Weise die Annuität aus dem Kapitalwert bestimmen:

$$AN = KW \cdot \frac{q^T \cdot r}{q^T - 1} = KW \cdot AF(r,T).$$

1.3 Methode des Internen Zinsfußes

Der **Interne Zinsfuß** (IZF) einer Investition ist derjenige Zinsfuß r^*, bei dessen Verwendung als Kapitalisierungszinsfuß der Kapitalwert dieser Investition Null ist:

$$KW(r^*) = \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+r^*)^t} = 0.$$

Die Bestimmung von r^* ist problematisch, da die Nullstelle des Polynoms KW(r) *(es kann bis zu T reelle oder komplexe Nullstellen aufweisen)* im allgemeinen nur iterativ (z.B. mittels der **Regula Falsi** oder Varianten des **Newton-Verfahrens**) bestimmt werden kann. In zwei speziellen Fällen kann der Interne Zinsfuß jedoch recht einfach bestimmt werden:

Ewige Rente: Wird dieser Rentenanspruch zum Preis von A_0 erworben, dann muß

$$KW(r^*) = \frac{AN}{r^*} - A_0 = 0$$

gelten. Hieraus folgt:

$$r^* = \frac{AN}{A_0}.$$

Zu pari emittierte Kuponanleihe: Bezeichnet man mit N den Nennwert, mit K den Kupon und mit T die Laufzeit der Anleihe, so muss

$$KW(r^*) = -N + \frac{K}{AF(r^*)} + \frac{N}{(1+r^*)^T} = 0$$

gelten. Daraus ergibt sich folgender Interner Zinsfuß:

$$r^* = \frac{K}{N}.$$

Kapitel 2

Anleihen

2.1 Termin- und Kassazinssätze

Bei gegebener Kassazinsstruktur sind implizit auch Zinssätze für in der Zukunft beginnende Anlagezeiträume festgelegt. Hier spricht man daher von **Terminzinssätzen**. Entsprechend handelt es sich um Preise für die Kapitalüberlassung zu einem zukünftigen Zeitpunkt. Notation:

$r_t(T) \equiv$ Kassazinssatz p.a. (spot rate) einer insolvenzrisikofreien Finanzanlage mit Restlaufzeit T zum Zeitpunkt t; dieser entspricht der Verfallrendite einer Nullkuponanleihe mit Restlaufzeit T

$f_t(T) \equiv$ zum Zeitpunkt t bekannter Terminzinssatz p.a. (forward rate) für eine einperiodige, im Zeitpunkt T beginnende, insolvenzrisikofreie Finanzanlage

zur Vereinfachung:
$r(T) \equiv r_0(T)$ und $f(T) \equiv f_0(T)$

$$f(t-1) = \frac{(1+r(t))^t}{(1+r(t-1))^{t-1}} - 1, \qquad t = 1, 2, 3....$$

2.2 Anleihepreise

Bewertungsformeln bei flacher Zinsstruktur

$$\begin{aligned}
\text{Allgemeiner Fall: } KW &= \sum_{t=1}^{T} \frac{K}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^T} \\
\text{Nullkuponanleihe: } KW &= \frac{N}{(1+r)^T} \\
\text{Ewige Rente: } KW &= \frac{K}{r} \\
\text{Rente: } KW &= K \cdot \frac{(1+r)^T - 1}{(1+r)^T \cdot r}
\end{aligned}$$

Bewertungsformeln bei nichtflacher Zinsstruktur

$$\begin{aligned}\text{Allgemeiner Fall: } KW &= \sum_{t=1}^{T} \frac{K}{(1+r(t))^t} + \frac{N}{(1+r(T))^T} \\ \text{Nullkuponanleihe: } KW &= \frac{N}{(1+r(T))^T}\end{aligned}$$

2.3 Duration

$$\begin{aligned}D &= \sum_{t=1}^{T} \frac{t \cdot KW(Z_t)}{KW} \\ \Delta KW &\simeq -KW \cdot \frac{1}{1+r} \cdot D \cdot \Delta r \\ D_{mod} &= \frac{1}{1+r} \cdot D \\ \Delta KW &\simeq -KW \cdot D_{mod} \cdot \Delta r \Rightarrow \frac{\Delta KW}{KW} \simeq -D_{mod} \cdot \Delta r\end{aligned}$$

Kapitel 3

Aktien

3.1 Portfolioselektion

In der Portfolioselektion wird die diskrete Berechnung von Renditen vorausgesetzt!

Rendite und Risiko einzelner Wertpapiere

Erwartungswert

$$E(R_A) \equiv \mu_A \equiv \sum_{j=1}^{n} p(r_{A,j}) \cdot r_{A,j}.$$

Für den Erwartungswert gilt:

$$\begin{aligned} E(a) &= a; \\ E(a \cdot R_A) &= a \cdot E(R_A); \\ E(a + b \cdot R_A) &= a + b \cdot E(R_A). \end{aligned}$$

Varianz

$$\begin{aligned} Var(R_A) \equiv \sigma_A^2 &\equiv E((R_A - \mu_A)^2) \\ &= E(R_A^2 - 2 \cdot R_A \cdot \mu_A + \mu_A^2) \\ &= E(R_A^2 - \mu_A^2). \end{aligned}$$

Es gilt:

$$Var(a \cdot R_A) = a^2 \cdot Var(R_A).$$

Standardabweichung

$$Std(R_A) \equiv \sigma_A = \sqrt{Var(R_A)}.$$

Es gilt:

$$Std(a \cdot R_A) = |a| \cdot Std(R_A).$$

Kovarianz

$$\begin{aligned} Cov(R_A, R_B) \equiv \sigma_{A,B} &\equiv E((R_A - \mu_a) \cdot (R_B - \mu_B)) \\ &= E(R_A \cdot R_B) - \mu_A \cdot \mu_B. \end{aligned}$$

Es gilt:

$$Cov(a \cdot R_A, b \cdot R_B) = a \cdot b \cdot Cov(R_A, R_B).$$

Korrelationskoeffizient

$$Corr(R_A, R_B) \equiv \rho_{A,B} \equiv \frac{Cov(R_A, R_B)}{Std(R_A) \cdot Std(R_B)}$$

Für den Korrelationskoeffizienten gilt stets:

$$-1 \leq \rho_{A,B} \leq 1.$$

Rendite und Risiko von Wertpapiermischungen (Portfolios)

Portfoliorendite

Betrachtet wird ein aus den Wertpapieren A und B bestehendes Portfolio mit den wertmäßigen Anteilen x_A bzw. x_B mit $x_A + x_B = 1$. Falls x_A und x_B nur nichtnegative Werte annehmen dürfen, dann entspricht dies einem **Leerverkaufsverbot**.

Für den Erwartungswert der Portfoliorendite R_P gilt:

$$\begin{aligned} E(R_P) &= E(x_A \cdot R_A + x_B \cdot R_B) \\ &= xA \cdot \mu_A + x_B \cdot \mu_B \\ &= x_A \cdot \mu_A + (1 - x_A) \cdot \mu_B. \end{aligned}$$

Für die Varianz der Portfoliorendite gilt:

$$\begin{aligned} Var(R_P) &= E(((x_A \cdot R_A + x_B \cdot R_B) - E(x_A \cdot R_A + x_B \cdot R_B))^2) \\ &= x_A^2 \cdot E((R_A - \mu_A)^2) + x_B^2 \cdot E((R_B - \mu_B)^2) \\ &\quad +2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \underbrace{E((R_A - \mu_A) \cdot (R_B - \mu_B))}_{Cov(R_A, R_B)} \\ &= x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot Cov(R_A, R_B). \\ &= x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B} \end{aligned}$$

Minimum-Varianz-Portfolio (MVP)

$$x_A^{MVP} = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \rho_{A,B}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}}$$

Ein Minimum-Varianz-Portfolio verletzt dann nicht das Leerverkaufsverbot (d.h. es gilt $x_A^{MVP}, x_B^{MVP} \geq 0$), falls wegen (3.1)

$$\rho_{A,B} \leq \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A \cdot \sigma_B} = \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \qquad \text{bzw.} \qquad \rho_{A,B} \leq \frac{\sigma_A^2}{\sigma_A \cdot \sigma_B} = \frac{\sigma_A}{\sigma_B},$$

also folgende Bedingung für den Korrelationskoeffizienten gilt:

$$\rho_{A,B} \leq min\left\{\frac{\sigma_A}{\sigma_B}, \frac{\sigma_B}{\sigma_A}\right\}.$$

Marktmodell

$$\begin{aligned} R_A &= E(R_A) + \beta_A(R_M - E(R_M)) + \epsilon_A \\ \text{mit } \beta_A &= \frac{Cov(R_A, R_M)}{Var(R_M)} \end{aligned}$$

Systematisches und unsystematisches Risiko

Gesamtrisiko	=	**Systematisches Risiko** (nicht diversifizierbar)	+	**Unsystematisches Risiko** (diversifizierbar)
$Var(R_A)$	=	$\beta_A^2 \cdot Var(R_M)$	+	$Var(\epsilon_A)$

mit:

$$\beta_A = \frac{Cov(R_M, R_A)}{\sigma_M^2}.$$

3.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Die Wertpapierkennlinie

$$E(R_i) = r_f + (E(R_M) - r_f)\beta_i \qquad \text{mit } \beta \equiv \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)} = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

Zero-Beta-Version des CAPM

$$E(R_j) = E(R_Z) + \beta_j(E(R_M) - E(R_Z))$$

Die Kapitalmarktlinie

$$E(R_P) = r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M}\sigma_P$$

3.3 Downside-Risiko

Stochastische Dominanz

$$u(x) = a + bx + cx^2$$
$$E(u(x)) = a + b \cdot E(x) + c \cdot \underbrace{E(x^2)}_{var(x)+E^2(x)}$$

Stochastische Dominanz 1. Ordnung

Gilt für zwei Verteilungsfunktionen F und G

$$F(R) \geq G(R)\ \forall R$$

so dominiert G die Verteilung stochastisch 1. Ordnung. Die Entscheidung über Investitionsalternativen nach dieser Regel ist kompatibel mit dem Bernoulli-Prinzip, falls $u \in \{u|u'(R) > 0\}$.

Die Verteilung G dominiert die Verteilung F stochastisch erster Ordnung *(G SSD F (First (Degree's) Stochastic Dominance))* genau dann, wenn

$$\int_{-\infty}^{R_0} f(x)dx \geq \int_{-\infty}^{R_0} g(x)dx$$

für alle R gilt und diese Ungleichung für mindestens ein R strikt erfüllt ist.

Schnittpunkt ➪ Stochastische Dominanz 2. Ordnung

Die Verteilung G dominiert die Verteilung F stochastisch zweiter Ordnung *(G SSD F (Second Stochastic Dominance))* genau dann, wenn

$$\int_{-\infty}^{R_0} F(x)dx \geq \int_{-\infty}^{R_0} G(x)dx$$

für alle R gilt und diese Ungleichung für mindestens ein R strikt erfüllt ist.

neuerlicher Schnittpunkt ➪ Stochastische Dominanz 3. Ordnung

Die Verteilung G dominiert die Verteilung F stochastisch dritter Ordnung *(G SSD F (Third Stochastic Dominance))* genau dann, wenn

$$\int_{-\infty}^{R_0} \int_{-\infty}^{y} F(x)dxdy \geq \int_{-\infty}^{R_0} \int_{-\infty}^{y} G(x)dxdy$$

für alle R gilt und diese Ungleichung für mindestens ein R strikt erfüllt ist.

Klassen von Nutzenfunktionen

$$\begin{aligned}
U_1 &\equiv \{u(R)|u'(R) > 0\,\forall R\} \\
&\ \text{„Gier“} \\
U_2 &\equiv \{u(R)|u'(R) > 0 \wedge u''(R) < 0\,\forall R\} \\
&\ \text{„Risikoaversion“} \\
U_3 &\equiv \{u(R)|u'(R) > 0 \wedge u''(R) < 0 \wedge u'''(R) > 0\,\forall R\} \\
&\ \text{„Vorsicht“} \rightarrow \text{ abnehmende absolute Risikoaversion}
\end{aligned}$$

Satz:

$$\begin{aligned}
1)\forall u(R) \in U_1 : &\quad F\,FSD\,G \\
&\quad \Leftrightarrow F \succ G \\
2)\forall u(R) \in U_2 : &\quad F\,SSD\,G \\
&\quad \Leftrightarrow F \succ G \\
3)\forall u(R) \in U_3 : &\quad F\,TSD\,G \text{ und } E(R_F) \geq E(R_G) \\
&\quad \Leftrightarrow F \succ G
\end{aligned}$$

Dabei kennzeichnet „$\succ$“ Präferenz nach dem Bernoulli-Prinzip.

Lower Partial Moments

$$LPM_n(\tau) \equiv \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - x)^n dF(x)$$

n=0	$\int_{-\infty}^{\tau} dF(x)$	„Ausfallwahrscheinlichkeit“ ($\rightarrow$ Value-at-Risk)
n=1	$\int_{-\infty}^{\tau} (\tau - x)dF(x)$	„Ausfallerwartung“
n=2	$\int_{-\infty}^{\tau} (\tau - x)^2 dF(x)$	„Ausfallvarianz“

$$LPM(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - x)^n \underbrace{dF(x)}_{F(x)dx}$$

$$(F/S/T)SD \rightarrow LPM_{1/2/3}\,\forall\tau$$

3.4 Performance-Messung

Jensens Alpha

$$\begin{aligned}
\alpha_i &= E(R_i) - r_f - \beta_i \cdot (E(R_M) - r_f) \\
\text{mit } r_{it} &= \alpha_i + \beta_i \cdot r_{Mt} + \epsilon_{it} \\
\text{und } E(R_i) - r_f &= \alpha_i + \beta_i \cdot (E(R_M) - r_f)
\end{aligned}$$

Treynor-Index

$$\frac{E(R_i) - r_f}{\beta_i} \leq ? \geq E(R_M) - r_f$$

Sharpe-Index

$$\frac{E(R_i) - r_f}{\sigma_i} \leq ? \geq \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M}$$

Kapitel 4

Optionen

Zur Darstellung der Wertgrenzen wird die folgende Notation verwendet:

$S(S_t)$: aktueller Preis (Preis im Zeitpunkt t) des Basisinstruments;

K: Basispreis bzw. Ausübungspreis; er soll sinnvollerweise nichtnegativ sein: $K \geq 0$;

T: Restlaufzeit der Option;

$C(C^e)$: aktueller Preis eines Calls mit Basispreis K und Fälligkeit T vom amerikanischen (europäischen) Typ auf den Basiswert;

$P(P^e)$: aktueller Preis eines Puts mit Basispreis K und Fälligkeit T vom amerikanischen (europäischen) Typ auf den Basiswert;

$B_t(T)$: Preis einer Nullkuponanleihe (NKA) mit Fälligkeit T_z im Zeitpunkt t; unter der Annahme einer im Zeitablauf konstanten, flachen Zinsstrukturkurve mit kontinuierlichem Zinssatz $r \geq 0$ besitzt dieser Preis auch die Darstellung $B_t(T) = e^{-r(T-t)}$; im Fälligkeitszeitpunkt $t = T$ soll dieser Preis dem Nennwert von 1 EUR entsprechen: $B_T(T) = 1$; für $t < T$ soll $B_t(T) \leq 1$ gelten

Triviale Wertgrenzen

$$\begin{aligned}
C^e \leq C &\leq S \\
P^e \leq P &\leq K \\
C_t, C_t^e &\geq 0 \\
P_t, P_t^e &\geq 0 \\
C_t &= \max\{C_T^e, S_T - K\} \\
P_t &= \max\{P_T^e, K - S_T\} \\
C_t(T_1) &> C_t(T_2) \quad \text{und} \quad P_t(T_1) > P_t(T_2) \quad \text{mit} \quad T_1 > T_2 \\
C_t(K_1) &< C_t(K_2) \quad \text{und} \quad P_t(K_1) > P_t(K_2) \quad \text{mit} \quad K_1 > K_2
\end{aligned}$$

am Verfalltag:

$$\begin{aligned}
C_T &= C_T^e = \max\{0, S_T - K\} \\
P_T &= P_T^e = \max\{0, K - S_T\}
\end{aligned}$$

Europäische Wertuntergrenze

$$\begin{aligned} C^e &\geq \max\{0, S - KB(T)\} \\ P^e &\geq \max\{KB(T) - S, 0\} \end{aligned}$$

Vorzeitige Ausübung

$$S - K < S - KB(T) \leq C^e \leq C$$

Put-Call-Parität

$$P^e = C^e - S + KB(T)$$
$$P \geq C - S + KB(T)$$
$$C - S + KB(T) \leq P \leq C - S + K$$

Kapitel 5

Finanzierung

5.1 Beteiligungsfinanzierung

Der rechnerische Wert des Bezugsrechts bei einer ordentlichen Kapitalerhöhung

$$\begin{aligned} B &= \text{Bezugsrecht} \\ K_a &= \text{Kurs der alten Aktien} = \text{Börsenkurs} \\ K_n &= \text{Kurs der neuen Aktien} = \text{Bezugskurs} \\ \overline{K} &= \text{Mischkurs} \\ a &= \text{Zahl der alten Aktien} \\ n &= \text{Zahl der neuen Aktien} \\ a:n &= \text{Bezugsverhältnis} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= K_a - \overline{K} \\ B &= K_a - \frac{a \cdots K_a + n \cdots K_n}{a+n} \end{aligned}$$

Nach Umformung dieser Ausgangsgleichung erhält man:

$$B = \frac{K_a + K_n}{\frac{a}{n} + 1}$$

5.2 Leverage-Effekt

Eigenkapitalrendite

$$r_E \equiv \frac{r_G \cdot GK - r_F \cdot FK}{EK}$$

Eigenkapitalrendite als Funktion des Verschuldungsgrades FK/EK

$$r_E = r_G + (r_G - r_F) \cdot \frac{FK}{EK}$$

Die erwartete Eigenkapitalrendite und die Varianz der Eigenkapitalrendite in Abhängigkeit von dem Verschuldungsgrad

$$
\begin{aligned}
E(r_E) &= E(r_G) + (E(r_G) - r_F)\frac{FK}{EK} \\
Var(r_E) &= Var(r_G)\left(1 + \frac{FK}{EK}\right)^2
\end{aligned}
$$

5.3 Bilanzkennzahlen

Vertikale Kapitalstrukturregeln

$$
\begin{aligned}
\text{Eigenkapitalquote} &= \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Gesamtkapital}} \\
\text{Fremdkapitalquote} &= \frac{\text{Fremdkapital}}{\text{Gesamtkapital}} \\
\text{Eigenkapitalkoeffizient} &= \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Fremdkapital}} \\
\text{Verschuldungsgrad} &= \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Gesamtkapital}}
\end{aligned}
$$

Horizontale Kapital- und Vermögensstrukturregeln

$$
\begin{aligned}
\text{Anlagendeckung A} &= \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Anlagevermögen}} \\
\text{Anlagendeckung B} &= \frac{\text{Eigenkapital + langfr. Fremdkapital}}{\text{Anlagevermögen}} \\
\text{Anlagendeckung C} &= \frac{\text{Eigenkapital + langfr. Fremdkapital}}{\text{Anlagevermögen + langfr. gebundenes Umlaufvermögen}} \\
\text{Working Capital} &= \text{(kurzfristiges) Umlaufvermögen - (kurzfristiges) Fremdkapital}
\end{aligned}
$$

Liquiditätskennzahlen

$$
\begin{aligned}
\text{Liquidität 1. Grades} &= \frac{\text{Zahlungsmittel}}{\text{kurzfristige Verbindlichkeiten}} \\
\text{Liquidität 2. Grades} &= \frac{\text{Zahlungsmittel + kurzfristige Forderungen}}{\text{kurzfristige Verbindlichkeiten}} \\
\text{Liquidität 3. Grades} &= \frac{\text{Umlaufvermögen}}{\text{kurzfristige Verbindlichkeiten}}
\end{aligned}
$$

Kennzahlen zur Finanzlage und Rentabilität

$$\begin{aligned}
\text{Eigenkapitalrentabilität} &= \frac{\text{Jahresüberschuß/-fehlbetrag}}{\text{Eigenkapital}} \\
\text{Gesamtkapitalrentabilität} &= \frac{\text{Jahresüberschuß/-fehlbetrag + Fremdkapitalzinsen}}{\text{Gesamtkapital}} \\
\text{Umsatzrentabilität} &= \frac{\text{Jahresüberschuß (vor Steuern)}}{\text{Umsatz}} \\
\text{Return on Investment} &= \text{Umsatzrentabilität} \cdot \text{Kapitalumschlag} \\
&= \frac{\text{Gewinn}}{\text{eingesetztes Kapital}}
\end{aligned}$$

Cash-flow orientierte Kennzahlen

Am häufisten wird die vereinfachte indirekte Methode verwendet!

Direkte Methode:		
Cash-flow	=	einzahlungswirksamer Ertrag - auszahlungswirksamer Aufwand
Indirekte Methode:		
Cash-flow	=	Jahresüberschuß
	+	auszahlungslose Aufwendungen
	-	einzahlungslose Erträge
Vereinfachte Indirekte Methode:		
Cash-flow	=	Jahresüberschuß
	+	Abschreibungen
	-	Rückstellungen

$$\begin{aligned}
\text{Cash-flow je Aktie} &= \frac{\text{Cash-flow} \cdot \text{Aktiennennbetrag}}{\text{Gezeichnetes Kapital}} \\
\text{Cash-flow-RoI} &= \frac{\text{Cash-flow}}{\text{Gesamtkapital}} \\
\text{Dynamischer Verschuldungsgrad} &= \frac{\text{Effektivverschuldung}}{\text{Cash-flow}}
\end{aligned}$$